

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЕКТОВ МЕЖДУ СОТРУДНИКАМИ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

*И.В. Береснева, старший преподаватель,
e-mail: beresneva_i68@mail.ru
ФГБОУ ВО Южно-Уральский ГАУ*

Ключевые слова: *оптимизация, целевая функция, экстремум, линейное программирование, математическая модель, табличный процессор.*

В статье рассматривается применение возможностей надстройки «Поиск решения» табличного процессора MS Excel при нахождении оптимального плана распределения проектов между сотрудниками методом линейного программирования.

Введение. Для каждой организации, независимо от ее организационно-правовой формы, важными компонентами для эффективного развития выступают планирование человеческих ресурсов; анализ и планирование рабочего процесса; развитие, обучение и адаптация персонала; контроль и принятие управленческих решений [4].

Традиционные способы распределения рабочей нагрузки путем фрагментарного назначения задач или неформализованных договоренностей между сотрудниками демонстрируют свою неэффективность в условиях роста объемов работы и ужесточения требований [6].

Важным элементом становится автоматизация контроля исполнения, позволяющая минимизировать человеческий фактор и обеспечить соблюдение регламентов на каждом этапе работы [6].

Методы и материалы. Хороший специалист в любой профессиональной области должен владеть навыками выявления взаимосвязи экономических объектов и процессов, и описания их с помощью математических методов и моделей [5].

При нахождении экстремума функций при заданных ограничениях используются методы математического программирования. Функция, для которой ищется экстремальное значение, называется целевой функцией поставленной задачи. Ограничения, поставленные на неизвестные задачи, записываются в виде системы уравнений или неравенств [7].

Основоположником линейного программирования, наряду Л. В. Канторовичем и Дж. фон Нейманом, считается Джордж Бернард Данциг, американский математик, предложивший в 1947 г. алгоритм, названный симплекс-методом [2]. Он основан на матричной алгебре и методе Гаусса-Джордана. Суть симплекс-метода – поиск оптимального решения путём перемещения по вершинам многогранника допустимых решений.

Для оперативного перераспределения кадровых ресурсов в целях построения оптимального плана занятости сотрудников, необходимо разработать математическую модель, описывающую трудоемкость функций и возможности сотрудников по их выполнению, и поставить оптимизационную задачу [1].

Результаты исследования. Развитие информационных технологий вызвало появление множества программных продуктов, призванных автоматизировать деятельность любого предприятия путем полного или частичного устранения человеческого фактора [3].

В современных условиях для решения задач линейного программирования часто используются компьютерные программы и надстройки, например, «Поиск решения» (Solver) в Excel.

Рассмотрим пример решения задачи: компания выполняет 5 проектов, есть 6 сотрудников. Нужно распределить их так, чтобы минимизировать суммарные затраты на оплату труда при соблюдении всех ограничений.

1. Создание математической модели задачи.

Переменные решения – бинарные:

$x_{ij} = \{1,0\}$, если сотрудник i назначен на проект j , где $i=1,\dots,6$ (сотрудники), $j=1,\dots,5$ (проекты).

Целевая функция – Z – направлена на минимизацию затрат:

$$Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^5 a_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min,$$

Национальная научно-методическая конференция

где a_{ij} – затраты на назначение сотрудника i на проект j (ставка \times часы).

Ограничения:

Каждый проект выполняется ровно одним сотрудником:

$$\sum_{i=1}^6 x_{ij} = 1, \forall j=1, \dots, 5.$$

Сотрудник может быть назначен не более чем на один проект:

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} \leq 1, \forall i=1, \dots, 6.$$

Ограничения по квалификации (если сотрудник не может выполнять проект):

$x_{i\varphi} = 0$ для недопустимых сочетаний.

Бинарность переменных:

$x_{ij} \in \{0; 1\}$.

2. Создание компьютерной модели в *Excel*.

Шаг 1. Создание таблицы исходных данных в диапазоне ячеек A2:G8.

Таблица 1 – Исходные данные задачи

Сотрудник	Ставка, руб./час	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5
А	500	Да	Нет	Да	Да	Да
Б	600	Да	Да	Нет	Да	Да
В	450	Нет	Да	Да	Нет	Да
Г	700	Да	Да	Да	Да	Да
Д	550	Да	Нет	Да	Да	Нет
Е	650	Да	Да	Да	Нет	Да

Трудоёмкость каждого проекта примем равной 40 часов.

Шаг 2. Создание матрицы назначения.

Ниже таблицы исходных данных создадим матрицу изменяемых ячеек C11:G16, заполним его нулями. Ячейки этой матрицы будут изменяться «Поиском решения».

Добавим дополнительно строку «Всего проектов», где вычислим суммы по столбцам и столбец «Всего назначено», где вычислим суммы по строкам.

Шаг 3. Расчёт затрат на зарплату сотрудников.

Создадим в диапазоне ячеек $C20:G25$ таблицу затрат a_{ij} ; для допустимых сочетаний $a_{ij} = \text{ставка}_i \times 40$, для недопустимых – очень большое число (например, 10^6), чтобы исключить их из решения.

Для этого используем в ячейке $C20$ формулу: =ЕСЛИ ($C2 = \text{«Да»}$; $B2 * 40$; 1000000), где:

- $C2$ – ячейка с «Да/Нет» по доступности;
- $B2$ – ставка сотрудника.

Из ячейки $C20$ формулу скопируем в диапазон $C20:G20$.

Аналогично заполним ячейки $C21:G25$.

3. *Настройка* инструмента «Поиск решения».

Шаг 1. Включение надстройки

Если «Поиск решения» не отображается:

1. Файл → Параметры → Надстройки.
2. Внизу выберите «Надстройки Excel» → Перейти.
3. Отметьте «Поиск решения» → ОК.

Шаг 2. Заполнение параметров в окне надстройки.

1. Целевая ячейка: ячейка $H25$ с суммой затрат (в ней введена формула =СУММПРОИЗВ ($C11:G16$; $C20:G25$), что означает сумму произведений матрицы назначения и матрицы затрат).
2. Равняется: Минимум.
3. Изменяемые ячейки: диапазон матрицы назначения ($C11:G16$).
4. Ограничения:

- матрица назначения $C11:G16 = \text{бинарное}$;
- суммы по строкам $H11:H16 \leq 1$;
- суммы по столбцам $C17:G17 = 1$;
- для недопустимых сочетаний: соответствующие ячейки матрицы назначения = 0.

5. Метод решения: Симплекс-метод линейного программирования.

Шаг 3. Запуск расчёта

Нажмите «Найти решение». Если решение найдено, *Excel* заполнит матрицу назначения $C11:G16$ единицами и нулями.

После расчёта мы получили:

– Оптимальное распределение, где в матрице $C11:G16$ появились единицы.

– Минимальные затраты – это значение целевой ячейки $H25$ (рисунок 1).

Национальная научно-методическая конференция

H25								
=СУММПРОИЗВ(C11:G16;C20:G25)								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Распределение проектов между сотрудниками							
2	Сотрудник	Ставка, руб.\час	Проект1	Проект2	Проект3	Проект4	Проект5	
3	А	500	Да	Нет	Да	Да	Да	
4	Б	600	Да	Да	Нет	Да	Да	
5	В	450	Нет	Да	Да	Нет	Да	
6	Г	700	Да	Да	Да	Да	Да	
7	Д	550	Да	Нет	Да	Да	Нет	
8	Е	650	Да	Да	Да	Нет	Да	
9								
10	Сотрудник		Проект1	Проект2	Проект3	Проект4	Проект5	Всего назначено
11	А		1	0	0	0	0	1
12	Б		0	1	0	0	0	1
13	В		0	0	1	0	0	1
14	Г		0	0	0	0	0	0
15	Д		0	0	0	1	0	1
16	Е		0	0	0	0	1	1
17	Всего проектов		1	1	1	1	1	
18								
19	Сотрудник		Проект1	Проект2	Проект3	Проект4	Проект5	
20	А		20000	1000000	20000	20000	20000	
21	Б		24000	24000	1000000	24000	24000	
22	В		1000000	18000	18000	1000000	18000	
23	Г		28000	28000	28000	28000	28000	
24	Д		22000	1000000	22000	22000	1000000	Целевая функция
25	Е		26000	26000	26000	1000000	26000	110000
26								

Рисунок 1 – Результат работы надстройкой «Поиск решения».

Суммарные минимальные затраты =110000 руб. Сотрудник А выполняет Проект 1, сотрудник Б – Проект 2, сотрудник В – Проект 3, сотрудник Д – Проект 4, сотрудник Е – Проект 5. Сотруднику Г не достались проекты, поскольку у него самая большая ставка в час и нанимать его дорого.

При необходимости можно усложнить сценарий работы «Поиска решения»:

- Если сотрудник может работать на нескольких проектах (с ограничением по часам), можно заменить бинарность на $0 \leq x_{ij} \leq 1$ и

добавить ограничение: $\sum \text{часов}_{ij} \leq$ максимума часов в неделю.

- Если ставка зависит от проекта, можно создать отдельную таблицу ставок b_{ij} и использовать её в целевой функции вместо умножения на фиксированную ставку сотрудника.

Выводы. Использование Excel для задач линейного программирования позволяет быстро находить оптимальное распределение работников; учитывать сложные ограничения, такие, как квалификация, график, бюджет; моделировать различные сценарии; интегрировать решение с инструментами визуализации – диаграммами, условным форматированием.

Освоив этот подход, можно адаптировать его под любые задачи распределения ресурсов – от планирования смен до оптимизации производственных линий.

Библиографический список:

1. Алиманов, П. Е. Математическая модель распределения функций между сотрудниками подразделений защиты информации для решения задачи линейного программирования / П. Е. Алиманов, А. Б. Сизоненко // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2020. – № 1(32). – С. 22-24. – EDN FLTWOG.

2. Данциг Джордж // Большая российская энциклопедия. / Электронный ресурс/ URL: <https://bigenc.ru/c/dantsig-dzhordzh-3802b7> (дата обращения 16.03.2026).

3. Еремина, И. И. Математическая модель решения оптимизационной задачи распределения производственных и трудовых ресурсов предприятия / И. И. Еремина // X Международная научно-практическая заочная конференция «ЭТАП-2023», посвященная 219-летию КФУ, Набережные Челны, 23 ноября 2023 года. – Набережные Челны: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2024. – С. 608-621. – EDN KERGBV.

4. Крошилин, А. В. Интеллектуальная поддержка принятия управленческих решений в организационных системах распределения задач между сотрудниками / А. В. Крошилин, С. В. Крошилина, А. А. Попова // Современные наукоемкие технологии. – 2024. – № 12. – С. 55-60. – DOI 10.17513/snt.40244. – EDN WCOTLK.

5. Попова, А. М. Симплексный метод решения экономических задач линейного программирования / А. М. Попова // Вопросы педагогики. –

2021. – № 1-1. – С. 196-200. – EDN KQPPQQ.

6. Смирнова, Ю. А. Методика распределения рабочих задач экономического отдела на основе генетического алгоритма / Ю. А. Смирнова, Ю. Ю. Калинина, Д. В. Железняков // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2025. – № 3. – С. 121-128. – DOI 10.24143/2072-9502-2025-3-121-128. – EDN OZAHIE.

7. Якубова, У. Ш. Некоторые применения графического и симплексного методов решения задач линейного программирования / У. Ш. Якубова, Н. Т. Парпиева, Н. Ш. Мирходжаева // Бюллетень науки и практики. – 2022. – Т. 8, № 4. – С. 490-498. – DOI 10.33619/2414-2948/77/57. – EDN JZAKPM.

SOLVING THE PROBLEM OF DISTRIBUTING PROJECTS AMONG EMPLOYEES USING LINEAR PROGRAMMING

I.V. Beresneva
FSBEI HE South Ural SAU

Keywords: *optimization, objective function, extremum, linear programming, mathematical model, spreadsheet.*

The article discusses the use of the “Solver” add-in in the MS Excel spreadsheet processor to find the optimal distribution of projects among employees using linear programming.