

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

Котов Г.В.¹, студент 1 курса института информационных
технологий математики и механики

Научный руководитель – Зяблицева О.В.², к.т.н.

**¹Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского**

**²Кировская государственная технологическая академия им.
В.А. Дегтярева**

Ключевые слова: Python, программирование, системы линейных уравнений, метод Крамера

В работе описывается общая структура систем линейных уравнений, метод Крамера для нахождения решения этих систем и его реализация на языке программирования Python.

Введение. Системы линейных алгебраических уравнений общего вида обычно представляются в виде:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_n. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь t и n – некоторые целые положительные числа. Такие системы линейных уравнений в курсах алгебры изучают студенты первых курсов технических направлений.

Решением системы (1) назовем упорядоченный набор из n чисел $(x_1', x_2', x_3', \dots x_n')$ который будучи подставленным в каждое уравнение системы, обратит его в тождество. Система, не имеющая ни одного решения, называется несовместной. Когда система совместна и имеет одно и только одно решение, она называется определенной. В данной работе будут решаться только определенные системы линейных уравнений.

Определенные системы линейных уравнений удобно решать с помощью метода Крамера. Для этого система представляется матричной форме $AX = B$, где A – матрица коэффициентов при x , X – вектор-столбец неизвестных, а B – вектор-столбец свободных членов. Для получения набора $x^1, x^2, \dots, x_i, \dots, x_n$ берется частное определителя Δ_i и главного определителя, где определитель Δ_i получается путем замены i -того столбца на столбец B , а определитель Δ – я является исходным определителем матрицы системы. Метод Крамера можно применять, если определитель матрицы A отличен от нуля, $\Delta \neq 0$.

Цель работы. Написать программу, находящую решение определенной системы линейных уравнений методом Крамера.

Результат исследований. Программа, получающая матрицы A и B в качестве аргументов, будет поочередно составлять определители и возвращать набор $x^1, x^2, \dots, x_i, \dots, x_n$ полученный в результате вычисления частного этих определителей.

```

for i in range(m):
    A.append(list(map(int, input().split())))
B = list(map(int, input().split()))
def determinant(matrix):
    n = len(matrix)
    if n == 1:
        return matrix[0][0]
    elif n == 2:
        return matrix[0][0]*matrix[1][1] - matrix[0][1]*matrix[1][0]
    else:
        det = 0
        for j in range(n):
            sub_matrix = [row[:j] + row[j+1:] for row in matrix[1:]]
            det += (-1)**j * matrix[0][j] * determinant(sub_matrix)
        return det
    
```

Рис. 1. Вычисление определителя матрицы на Python.

Матрицу значений коэффициентов при x , занесем во вложенный список A , а для вектора-столбца свободных членов список B . Значение определителя вычисляется по классической рекурсивной функции. Далее необходимо проверить на неравенство нулю значения

определителя A и частного $\Delta(A)$ и $\Delta(A_i)$, где A_i - матрица полученная путем замены i-того столбца матрицы A на столбец B.

```
import copy
det_A = determinant(A)
if determinant(A) == 0:
    print('Система несовместна')
else:
    for i in range(m):
        A_i = copy.deepcopy(A)
        for j in range(len(A)):
            A_i[j][i] = B[j]
        det_a_i = determinant(A_i)
        print('X'+str(i), ' = ', det_a_i / det_A)
```

Рис. 2. Реализация метода Крамера на Python.

Перед непосредственным переходом к вычислению, выполняется проверка на равенство нулю $\Delta(A)$, и только после этого запускается процесс подсчета. Используя функцию deepcopy() из модуля copy, элементы списка A копируются в список A_i , если делать это обычным присваиванием, то в список A_i помещалась бы ссылка на исходный список и все изменения затрагивали бы и его, что приводило бы к неправильной работе программы. В цикле по j каждый раз создается матрица A_i , посредством замены столбца с индексом i на вектор-столбец B. Далее печатается значение частного $\Delta(A)$ и $\Delta(A_i)$.

$$\begin{cases} -6x_1 - x_2 + 4x_3 = -21, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 13, \\ 6x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 18. \end{cases}$$

Рис. 3. Пример системы линейных уравнений

Для тестирования программы введем условия с рис (3). Укажем количество уравнений, построчно введем матрицу и столбец B.

Для данной задачи это является верным ответом. Программа работает корректно.

```
Укажите порядок матрицы
3
Построчно введите матрицу A
-6 -1 4
1 -3 2
0 2 -5
Введите вектор-столбец B
-21 13 18
X0 = 4.0
X1 = -3.0
X2 = -0.0
Process finished with exit code 0
```

Рис. 4. Результат вычислений.

Заключение. В данной работе была продемонстрирована реализация систем линейных алгебраических уравнений на языке программирования Python. Данная программа может применяться при обучении программированию или математике.

Библиографический список:

1. Седер, Н. Python. Экспресс-курс. / Н. Седер, СПб.: Питер, 2022.– 480 с.: ил. –ISBN 978-5-4461-0908-1.
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. / Кострикин А. И. // ФИЗМАТЛИТ, 2004 – 272 с. ISBN 5-9221-0487-X
3. Винберг. Э. Б. Курс алгебры. / Винберг. Э. Б. //Изд-во Факториал Пресс, 2001. – 544 с.

SOFTWARE IMPLEMENTATION OF SOLVING A SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS BY CRAMER'S METHOD

Kotov G.V.¹

Scientific supervisor – Zyabliceva O.V.²

¹Nizhny Novgorod state University named after N.I. Lobachevsky

²Kovrov State Technological Academy named after V.A. Degtyarev

Keywords: *Python, programming, systems of linear equations, Cramer's method*

The paper describes the general structure of systems of linear equations, Cramer's method for finding solutions to these systems and its implementation in the Python programming language.