УДК 631.360

ВЛИЯНИЕ ЗАВИВКИ ВАЛОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН НА ВЫНОСЛИВОСТЬ

Яхин Сергей Мирбатович, *кандидат технических наук, доцент*
Мартьянов Сергей Анатольевич, *кандидат технических наук*
Казанский государственный аграрный университет
420015, г. Казань, ул. Карла Маркса, д.65,
тел.: (843) 567-48-29; jcm61@mail.ru

Ключевые слова: *вал, завитой вал, угол завивки, несущая способность, критическая сила.*

На основе дифференциальных уравнений деформированной оси вала в различных плоскостях рассчитаны моменты инерции и значения критических сил для различных углов завивки вала. Сделан вывод о критических значениях несущей способности сжатых и скрученных валов и увеличении несущей способности скрученных валов, что описывается полученными закономерностями.

При выполнении различных технологических операций валы сельскохозяйственных машин, как правило, работают на кручение, изгиб и сжатие. Кроме валов круглого поперечного сечения, встречаются валы прямоугольного и других сечений. В длинных вертикальных валах часто превалирующей нагрузкой является не крутящий момент, а сжимающая сила. Такие валы, как правило, рассчитывают только на прочность.

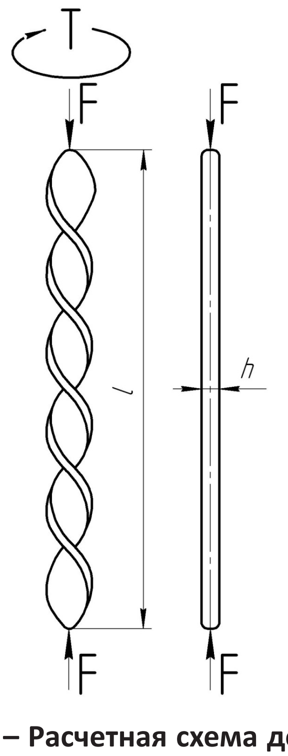

Рис. 1 – Расчетная схема деформированного состояния вала

Опасным же является такое состояние этих валов, когда напряжения в них достигают критических значений, которые значительно меньше допускаемых. При таких напряжениях быстро начинают расти деформации, что приводит к выходу из строя детали или машины в целом.

Не завитые валы – стойки исследованы в литературе достаточно хорошо [3, 4, 5]. Область же естественно завитых валов остается до настоящего времени недостаточно изученной [1]. Некоторые аспекты этой проблемы рассмотрены в работе [2]. Под естественной завивкой понимается угол закручивания одного сечения по отношению к другому без напряженного состояния.

Рассмотрим сжатый вал прямоугольного поперечного сечения с различными углами естественной завивки (рисунок 1). Такие валы успешно применяют в транспортирующих устройствах сельскохозяйственных машин. Момент инерции прямоугольного сечения по длине вала в неподвижной системе координат меняется по следующему закону:

$$J_{y1,z1}=\frac{1}{2}\left[J_y+J_z\pm\left(J_y-J_z\right)\cos 2\varphi\right], \quad (1)$$

где $J_y=\dfrac{bh^3}{12}$, – осевые моменты инерций, м^4;

$$\varphi = \frac{2\pi mx}{l}$$ – угол закручивания вала, рад; *m* – число завивок; *b* – ширина вала, м; *h* – толщина вала, м; *x* – координата угла закручивания вала, м; *l* – длина вала, м.

Дифференциальные уравнения деформированной оси вала в плоскостях запишутся следующим образом:

$$EJ\ u'' = -Fu - Tv' , \qquad (2)$$

где *u* и *v* – перемещения соответственно в плоскостях *xz* и *yx*, м; *F* – сжимающая сила, Н; *T* – крутящий момент, Н·м; *E* – модуль упругости материала, МПа.

При отсутствии крутящего момента *T* или при малых углах закручивания уравнения (2) можно упростить и привести к двум однотипным уравнениям. Применительно к минимальной изгибной жесткости запишем их в таком виде:

$$EJ\ \omega'' = -F\omega , \qquad (3)$$

где ω – прогиб оси вала, м; ω^{2} – вторая производная от прогиба вала, м$^{-1}$.

Для решения дифференциального уравнения (3) применим вариационный метод Ритца-Тимошенко, согласно которому критическая сила

$$F_{cr} = \frac{\int\limits_{l} EJ_y \omega''^2 dx}{\int\limits_{l} \omega'^2 dx} , \qquad (4)$$

где *w'* – первая производная от прогиба вала.

Для не завитого вала прямоугольного поперечного сечения критическая сила определяется известным соотношением Эйлера:

$$F_{cr1} = \frac{\pi^2 EJ_y}{l2} . \qquad (5)$$

Примем угол естественной завивки вала равным 0,25p. Концевые сечения вала закреплены в шарнирных опорах. Момент инерции по длине вала относительно неподвижной оси *x* будет меняться по следующему закону:

$$J = \frac{1}{2}\left[J_y + J_z + \left(J_y - J_z\right)cos\frac{\pi x}{2l}\right] . \qquad (6)$$

Примем форму деформированной оси в виде синусоиды, тогда

$$\omega = C\ sin\pi x , \qquad (7)$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

После подстановки выражений (6) и (7) в уравнение (4) получим критическую силу

$$F_{cr1} = \frac{\pi^2 E\left(J_y + J_z\right)}{2l^2} + 17E\frac{J_y - J_z}{60\pi l^2} . \qquad (8)$$

Для второго случая примем угол завивки равным 0,5p. После подстановки этого значения угла в формулу (3) получим:

$$F_{cr2} = \frac{\pi^2 E\left(J_y + J_z\right)}{2l^2} . \qquad (9)$$

При угле завивки π числитель формулы (3) принимает следующий вид:

$$\int\limits_{l} EJ\omega''^2 dx = C_1^2 \frac{\pi^4}{l^3} E\frac{J_y + 3J_z}{8} . \qquad (10)$$

Знаменатель же остается постоянным:

$$\int\limits_{l} \omega'^2 dx = C_1^2 \frac{\pi^2}{2l} .$$

Критическая сила

$$F_{cr3} = \frac{\pi^2 E\left(J_y + 3J_z\right)}{4l^2} . \qquad (11)$$

При закручивании на угол 2π, т. е. на полный оборот

$$\varphi = \frac{4\pi x}{l} . \qquad (12)$$

Критическая сила

$$F_{cr4} = F_{cr2} = \frac{\pi^2 E\left(J_y + J_z\right)}{2l^2} . \qquad (13)$$

При дальнейшем увеличении угла φ до 2,25 π

$$F_{cr5} = F_{cr2} - \pi^2 E\frac{J_y - J_z}{240 \cdot l^2} . \qquad (14)$$

Далее примем φ = 2,5 π. В этом случае критическая сила

$$F_{cr6} = F_{cr2} - \pi^2 E \frac{J_y - J_z}{650 \cdot l^2} \quad . \quad (15)$$

При дальнейшем увеличении угла завивки (как видно из анализа полученных выражений для определения критических сил), текущее значение критической силы практически будет незначительно отличаться от ее значения для случая, когда угол завивки равен 0,5π. Аналогичные выкладки приведут нас к значению критической силы F_{cr2} и в другой плоскости. Эта сила и будет определяющей в повышении несущей способности валов.

Из изложенного можно сделать следующие выводы.

1. Несущая способность сжатых и скрученных валов исчерпывается при напряжениях, значительно меньше допускаемых.

2. Завитые на определенный угол валы увеличивают несущую способность в несколько раз по сравнению с не завитыми валами, что доказывают полученные закономерности.

Библиографический список

1. Мартьянов, А.П. Неконсервативные задачи и методы расчета стержней, стержневых систем и оболочек / А.П. Мартьянов – Казань: Татарское книжное изд-во, 1976. – 331 с.

2. Мартьянов А.П., Мартьянов С.А., Яхин С.М. Теория и расчет конструкторской надежности сельскохозяйственной техники. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. – 210 с.

3. Greenhill, A. G. On the strength of shafting when exposed both to torsion and to end thrust, Proceedings of the Institute of Mechan. Engineers, 1883. – 182 p.

4. Grammel, R. Das kritische Drillungsmoment von Wellen. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik Volume 3, Issue 4, pages 262–271, 1923 / R. Grammel. – Berlin, 1923.

5. Kirchoff. Ueber das Gleichgewicht und die Bewegung eines unendlich dünnen elastischen Stabes / Kirchoff. Journal für die reine und angewandte Mathematik. Volume 1859, Issue 56, p. 285 – 313, 2009.