

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В СПИРАЛЬНО-ВИНТОВОМ УСТРОЙСТВЕ

Исаев Юрий Михайлович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика и физика»

Семашкин Николай Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и физика»

Каленков Сергей Александрович, аспирант кафедры «Математика и физика»

ФГБОУ ВО Ульяновский ГАУ

432017, г. Ульяновск, бульвар Новый Венец, 1; тел.: 8 (84231) 55-95-49, e-mail: emotion.snm@mail.ru

Ключевые слова: спираль, частица сыпучего материала, уравнения движения, схема действующих на частицу сил.

В статье приведен анализ теоретических и практических исследований параметров устройства для наклонного перемещения зерна в насыпи. В результате получены характеристики начального движения частицы материала и геометрические характеристики спирали. Зерно, которое заполняет межвитковое пространство спирали, находится в стесненных условиях, вследствие чего исследование движения зернового материала спирально-винтовым рабочим органом представляет одну из сложных экспериментальных и теоретических задач. Описывается относительное движение частицы под воздействием вращающейся спирали в цилиндрическом корпусе с использованием уравнения Лагранжа 2 рода. Приведены и подробно описаны схемы разложения нормальных реакций витка спирали на составляющие. Приведены уравнения движения, учитывающие обобщенную силу. В исследованиях на устройство устанавливали спиральный винт со следующими параметрами:

внешний радиус спирального винта $R_2 = 0,045$ м; шаг винтовой линии спирали $s = 0,01$ м; диаметр проволоки, из которой изготавливали спираль, $d_n = 0,008$ м, угол наклона транспортера к горизонтальной поверхности $\beta = 30^\circ$. В итоге получили дифференциальное уравнение движения частицы, которое описывает относительное движение частицы по наклонному спирально-винтовому устройству в установившемся режиме перемещения материала. При этом установившееся движение частицы в зависимости от угла наклона и частоты вращения можно разделить на 3 диапазона: в первом диапазоне частица движется равномерно поступательно параллельно оси Z, во втором диапазоне частица не может двигаться прямолинейно, соскальзывает

внутрь спирального винта, при этом угол наклона критический β_k , третий диапазон при угле β_k , больших n и движется по винтовой линии.

Работа выполнена в рамках гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук МК-6675.2018.8

Введение

При расчете и проектировании спирально-винтовых транспортеров, устанавливаемых наклонно, необходимо учитывать данные, связывающие их параметры и кинематические элементы движения перемещаемого материала,

а также отдельных частиц. Частным является случай, когда у частицы перемещаемого материала сохраняется установившееся движение, и она перемещается по внутренней поверхности цилиндрического корпуса устройства в осевом направлении. В широко распространённых устройствах для транспортирования материа-

лов со спирально-винтовым рабочим органом частицы материала криволинейно перемещаются как в осевом, так и в перпендикулярном к нему направлениях по внутренней поверхности корпуса устройства.

Для подобного случая указанные выше связи выявлены только в общей математической форме, которые практически не используют для инженерных расчетов спирально-винтовых устройств, поэтому необходимо установить связи, пригодные для практического использования в конкретном спирально-винтовом устройстве [1].

Объекты и методы исследований

Рассмотрим случай, когда устройство, состоящее из спирально-винтового рабочего органа и цилиндрического корпуса, наклонено к вертикали под углом β (рис. 1). Учтем, что корпус установлен неподвижно, а спираль вращается внутри корпуса вокруг своей оси с неизменяющейся угловой скоростью ω . В начальный момент времени частица располагается в нижней части корпуса, а через определенный момент времени она затягивается вверх за счет силы трения, которая возникает между частицей и поверхностью спирали, и перемещается по криволинейной траектории по внутренней поверхности корпуса в осевом и перпендикулярном к нему направлениях.

Для описания относительного движения частицы под воздействием вращающейся спирали в цилиндрическом корпусе используем уравнения Лагранжа второго рода.

На частицу действует одна активная сила тяжести $G = mg$ и так как связи не являются идеальными, то можно обозначить силу трения частицы о стенку кожуха F_1 , а о виток спирали - F_2 .

За неподвижные координаты примем правую систему декартовых координат, где Oz совпадает с осью спирали, наклоненной под углом β к вертикали, повернутой вокруг оси Ox.

Так как движение частицы происходит по

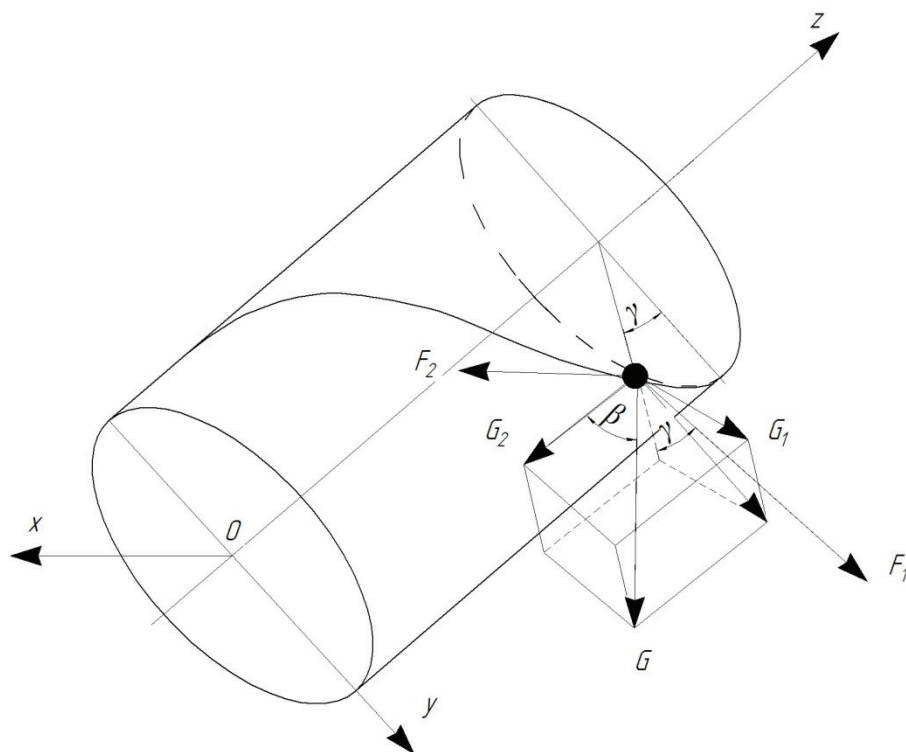


Рис. 1 – Разложение нормальной реакции витка спирали на составляющие

винтовой линии с одной степенью свободы, то положение частицы определяет одна обобщенная координата, направленная по винтовой линии спирали s . Начало координат расположено в точке O при $\gamma = 0$, где γ угол между осью Oy и проекцией радиуса вектора частицы на плоскость Oxy.

Запишем уравнение Лагранжа второго рода для одной обобщенной координаты s [2, 3, 4]:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} - \frac{\partial T}{\partial s} = Q_s, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия частицы, Дж;

Q_s – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате s , Н.

Для определения обобщенной силы Q_s зададим частице возможное перемещение δs , соответствующее обобщенной координате s . Вычислим сумму работ активной силы и сил трения на перемещение δs :

$$\sum \delta A(F_k) = (\sum F_{ks}) \delta s, \quad (2)$$

где $\sum \delta A(F_k)$ – сумма работ активной

силы и сил трения, Дж; $\sum F_{ks}$ – проекции всех сил на направление s (рис. 2).

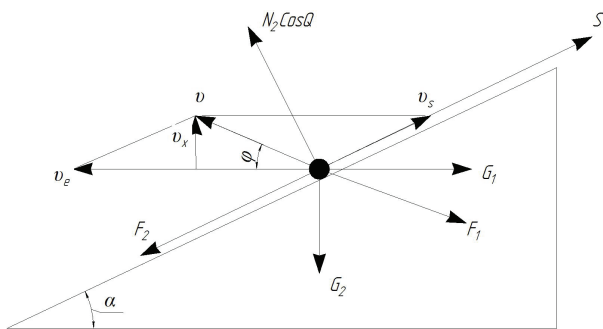


Рис. 2 – Развертка винтовой линии на плоскость, касательную к внутренней поверхности корпуса

Сила трения направлена в противоположную движению частицы сторону и направлена по вектору v_0 , т. е.

$$F_1 = f_1 \cdot N_1,$$

где f_1 – коэффициент трения частицы о поверхность спирали; N_1 – нормальная сила, действующая на частицу со стороны спирали и составляющая угол θ с перпендикуляром к винтовой линии, а перпендикуляр – угол α с осью Oz .

Угол θ характеризует геометрические параметры спирали, цилиндрического корпуса, а также размер частиц материала в устройстве:

$$\theta = \arcsin \left(\frac{r + r_3 - r_1 - r_2}{r_1 + r_3} \right), \quad (3)$$

где r – радиус цилиндрического корпуса, м; r_1 – радиус перемещаемой частицы, м; r_2 – наружный радиус спирали, м; r_3 – радиус прутка спирали, м.

Нормальная сила N_2 , действующая на частицу с внутренней поверхности цилиндрического корпуса, располагается на его радиусе, при этом сила трения $F_2 = f_2 \cdot N_2$ направлена обратно вектору абсолютной скорости, где f_2 – коэффициент трения частицы о внутреннюю поверхность корпуса [5, 6, 7, 8].

Развернем винтовую линию на плоскость, касательную к поверхности корпуса устройства (рис. 2).

Обобщенная сила Q_s является коэффициентом при δs в (2):

$$Q_s = \sum F_{ks} = F_1 \cos(\alpha + \varphi) - F_2 - G_2 \sin \alpha + G_1 \cos \alpha \quad (4)$$

где G_1 – сила, действующая на частицу со стороны кожуха, Н; F_2 – сила трения скольжения частицы о поверхность спирали, Н; G_2 – сила тяжести, Н.

Используя формулу (4), запишем уравнения для сил трения:

$$F_1 = G \cdot f_1 \left(\frac{(v_a \cos \varphi)^2}{rg} + \tan \theta + \sin \beta \cos \gamma \right), \quad (5)$$

$$F_2 = f_2 (G_2 \cdot \cos \alpha + G_1 \cdot \sin \alpha + F_1 \sin(\alpha + \varphi)) \quad (6)$$

$$G_2 = G \cos \beta \quad G_1 = G \cdot \sin \beta \sin \gamma, \quad (7)$$

$$F_2 = f_2 \left(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + f_1 \left(\frac{v_a^2 \cos^2 \varphi}{rg} + \sin \beta \cos \gamma \right) \sin(\alpha + \varphi) \right) \quad (8)$$

$$F_2 = f_2 \cos \theta \left(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + f_1 \left(v_a^2 \cos^2 \varphi / (rg) + \tan \theta + \sin \beta \cos \gamma \right) \sin(\alpha + \varphi) \right) \quad (9)$$

где φ – угол между абсолютной скоростью и ее горизонтальной составляющей, рад.

Определим угол γ (рис. 1) в некоторый момент времени t от начала движения, когда частица имеет координату s , а спираль повернется на угол ωt в противоположном движению частицы направлении, где ω – угловая скорость вращения спирали, s^{-1} . Следовательно, угол γ определяет положение частицы по отношению к неподвижной системе координат (ось Oy) [9, 10]:

$$\gamma = \omega t - s \cdot \cos \alpha / r. \quad (10)$$

Выразим $\sin(\alpha + \varphi)$ и $\cos(\alpha + \varphi)$ через относительную и переносную скорости (рис. 2):

$$\sin(\alpha + \varphi) = \omega r \sin \alpha / v_a. \quad (11)$$

По теореме косинусов:

$$v_a = \sqrt{\omega^2 r^2 - 2\omega r s \cos \alpha + \dot{s}^2}. \quad (12)$$

Тогда с учетом (12):

$$\sin(\alpha + \varphi) = \omega r \sin \alpha / \sqrt{\omega^2 r^2 - 2\omega r s \cos \alpha + \dot{s}^2} \quad (13)$$

где ωr – скорость частицы, м/с; \dot{S} – относительная скорость частицы, м/с.

$$\cos(\alpha + \varphi) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha + \varphi)} = (\omega r \cos \alpha - \dot{s}) / \sqrt{\omega^2 r^2 - 2\omega r \dot{s} \cos \alpha + \dot{s}^2} \quad (14)$$

Окружная скорость частицы (рис. 2):

$$v_a \cos \varphi = \omega r - \dot{s} \cos \alpha. \quad (15)$$

Подставив (5, 7, 9) с учетом (10), (12), (14), (15) в (4), получим:

$$Q_s = G \cdot \left\{ f_1 \left((\omega r - \dot{s} \cos \alpha)^2 / (rg) + \tan \theta + \sin \beta \cos(\omega t - s \cdot \cos \alpha / r) \right) \right. \\ \left. \left((\omega r (\cos \alpha - f_2 \cos \theta \sin \alpha) - \dot{s}) / \sqrt{\omega^2 r^2 - 2\omega r \dot{s} \cos \alpha + \dot{s}^2} \right) - \right. \\ \left. - \sin \beta (f_2 \cos \theta \sin \alpha - \cos \alpha) \sin(\omega t - s \cdot \cos \alpha / r) - \cos \beta (f_2 \cos \theta \cos \alpha - \sin \alpha) \right\} \quad (16)$$

Кинетическая энергия частицы:

$$T = \frac{1}{2} \frac{G}{g} v_a^2 \quad (17)$$

Подставив (12) в (17), получим:

$$T = \frac{1}{2} \frac{G}{g} (\omega^2 r^2 - 2\omega r \dot{s} \cos \alpha + \dot{s}^2) \quad (18)$$

Дифференцируя это выражение согласно (1), вычислим соответствующие величины:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = \frac{G}{g} (\dot{s} - \omega r \cos \alpha), \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = \frac{G}{g} \ddot{s} \quad (20)$$

$$\frac{\partial T}{\partial s} = 0. \quad (21)$$

После подстановки выражения Q_s из (16) и производных (20), (21) в уравнение Лагранжа (1) и дальнейшего упрощения получим дифференциальное уравнение движения частицы:

$$\frac{\ddot{s}}{g} - G \cdot \left\{ f_1 \left((\omega r - \dot{s} \cos \alpha)^2 / (rg) + \tan \theta + \sin \beta \cos(\omega t - s \cdot \cos \alpha / r) \right) \right. \\ \left. \left((\omega r (\cos \alpha - f_2 \cos \theta \sin \alpha) - \dot{s}) / \sqrt{\omega^2 r^2 - 2\omega r \dot{s} \cos \alpha + \dot{s}^2} \right) - \right. \\ \left. - \sin \beta (f_2 \cos \theta \sin \alpha - \cos \alpha) \sin(\omega t - s \cdot \cos \alpha / r) - \right. \\ \left. - \cos \beta (f_2 \cos \theta \cos \alpha - \sin \alpha) \right\} = 0 \quad (22)$$

Результаты исследований

Уравнение (22) описывает относительное движение частицы по наклонному спирально-винтовому устройству в установившемся режиме. Установившееся движение частицы в зависимости от угла наклона b и угловой скорости

вращения спирали можно разделить на 3 фазы.

В первой фазе частица движется равномерно поступательно параллельно оси Z со скоростью пропорционально w ($\beta_k \leq \beta \leq \pi/2$; w – любая, где β_k – критический угол наклона устройства).

Во второй фазе частица не может двигаться прямолинейно, соскальзывая внутрь спирально-винтового устройства при критическом угле наклона β_k ($0 \leq \beta \leq \beta_k$; $w < w_k$, где w_k – критическая угловая скорость спирали, c^{-1}).

В третьей фазе частица движется по винтовой линии при больших значениях $w^{\circ} w_k$ и угле β_k , т.е. $0 \leq \beta \leq \beta_k$; $w > w_k$.

На рисунке 3 приведены результаты расчетов осевой скорости спирали и перемещения частицы в спирально-винтовом устройстве со следующими характеристиками: $f_1 = 0,5$ – коэффициент трения частицы о поверхность спирали; $f_2 = 0,5$ – коэффициент трения частицы о внутреннюю поверхность корпуса; $r = 0,05$ м – внутренний радиус корпуса устройства; $\omega = 50$ c^{-1} – угловая скорость вращения спирали; $b = 60^\circ$ – угол наклона устройства к вертикали; $d = 0,008$ м – диаметр прутка спирали; $r_1 = 0,004$ м – средний радиус частицы перемещаемого материала; $r_2 = 0,045$ м – радиус спирали; $H = 0,1$ м – шаг винтовой линии спирали.

На рисунке 3 сплошной красной линией обозначена скорость движения частицы материала, которая резко меняется в диапазоне времени 0...3 с (нестационарный режим). Далее наступает установившийся режим движения частицы. Точками показано перемещение частицы в начальный момент движения.

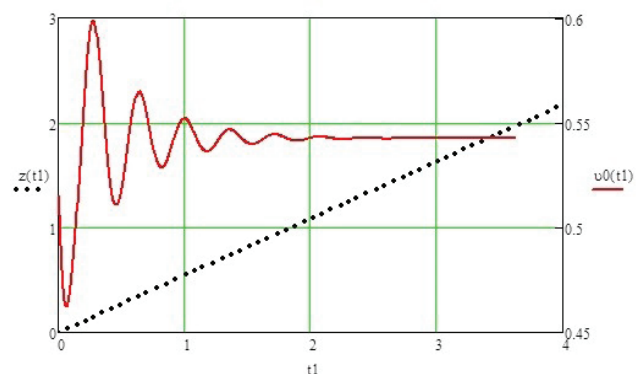


Рис. 3 – Зависимость осевой скорости и перемещения частицы материала от времени при выбранных характеристиках спирально-винтового устройства

Выводы

Путем математических преобразований уравнения Лагранжа получено дифференциальное уравнение, которое описывает относительное движение частицы по наклонному спирально-винтовому устройству в установившемся режиме перемещения материала. При этом установившееся движение частицы в зависимости от угла наклона устройства и угловой скорости спирали можно разделить на 3 фазы: в первой фазе частица движется равномерно поступательно параллельно вдоль оси устройств (вдоль оси Z), во второй фазе частица не может двигаться прямолинейно и соскальзывает внутрь спирального винта при критическом угле наклона устройства β_k , в третьей фазе частица движется по винтовой линии при больших значениях $\omega \rightarrow \omega_k$ и угле β , не превышающем угол β_k .

Библиографический список

1. Математическое моделирование при оптимизации параметров сушильной установки контактного типа / В.И. Курдюмов, А.А. Павлушин, С.Г. Мударисов, В.И. Долгов // Пермский аграрный вестник.- 2016. - № 2(14).- С. 107 - 112.
2. Начальные скорости движения частицы материала при перемещении спиральным винтом / Ю.М. Исаев, Х.Х. Губейдуллин, Н.М. Семашкин, И.И. Шигапов // Аграрная наука. – 2014. – № 10. - С. 28 - 30.
3. Semashkin, N.M. Revision of the cosmic distance duality tests / N.M. Semashkin, A.V. Nikolaev // Проблемы теоретической и наблюдательной космологии. 5-ая Ульяновская международная школа-семинар. -Ульяновск, 2016. – 69 с.4. Optimization of research and methodology work at university in terms of the process approach / I.D. Ibragimov, R.R. Iskhakova, M.A. Galeeva, M.M. Kalashnikova, Yu.V. Ryseva, I.I. Galimzyanova, I.A. Sharonov // Journal of Sustainable Development.- 2015. – Т. 8, № 3.- С. 234-241.
5. Исследование эксцентрикового почвообрабатывающего катка / В.И. Курдюмов, Ю.М. Исаев, И.А. Шаронов, В.Е. Прошкин, А.С. Егоров // Наука в центральной России. – 2016. – № 1 (19).- С. 37-45.
6. К вопросу об определении пропускной способности устройства для сушки зерна / В.И. Долгов, С.А. Сутягин, Г.В. Карпенко, А.А. Павлушин, В.И. Курдюмов // Аграрная наука и образование на современном этапе развития: опыт, проблемы и пути их решения. Материалы VIII международной научно-практической конференции. – Ульяновск, 2017. – С. 86-89.
7. Журавлев, В.А. Оценка эффективности контактной сушки зерна / В.А. Журавлев, А.А. Павлушин // Аграрный потенциал в системе продовольственного обеспечения: теория и практика. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Ульяновск: УГСХА, 2016. – С. 134-138.
8. Курдюмов, В.И. Обеззараживание зерна в установке комбинированного типа / В.И. Курдюмов, А.А.Павлушин, С.А. Сутягин // Аграрная наука как основа продовольственной безопасности региона. Материалы 66-й международной научно-практической конференции. – Ульяновск: УГСХА, 2015. – С. 181-183.
9. Курдюмов, В.И. Повышение качества сушки зерна в установке контактного типа / В.И. Курдюмов, А.А.Павлушин, С.А. Сутягин // Инновации в сельском хозяйстве. – 2015. – № 3 (13). – С. 79-81.
10. Тепловая обработка зерна в установках контактного типа: монография / В.И. Курдюмов, А.А. Павлушин, Г.В. Карпенко, С.А. Сутягин. – Ульяновск: УГСХА имени П.А. Столыпина, 2013. – 290 с.

SPECIFICATION OF PARTICLE MOVEMENT IN A SPIRAL-SCREW ELEMENT

Isaev Yu.M., Semashkin N.M., Kalenkov S.A.

FSBEI HE Ulyanovsk SAU

432017, Ulyanovsk, Novyy Venets Boulevard, 1; tel.: 8 (84231) 55-95-49, e-mail: emotion.snm@mail.ru

Key words: spiral, particle of loose material, motion equations, scheme of forces acting on the particle.

The article presents analysis of theoretical and practical research of parameters of a device for inclined grain movement in a bulk-grain. As a result, characteristics of initial motion of the material particle and geometric characteristics of the spiral are obtained. The grain that fills the spiral interturn space is in constraint conditions, consequently, the investigation of movement of grain material by a spiral-screw working organ represents one of the complex experimental and theoretical problems. Relative motion of a particle under the influence of a rotating spiral in a cylindrical body is described using the Lagrange equation of the second type. Schemes of decomposition of normal reactions of a spiral turn into components are given and described in detail. The equations of motion which take into account the combined force are given. A spiral screw with the following parameters was installed on the device: outer radius of the spiral screw $r_2 = 0.045$ m; the pitch of the spiral line $s = 0.01$ m; the diameter of the wire from which the spiral was made, $d_w = 0.008$ m, the angle of conveyor inclination to horizontal surface $\delta = 30^\circ$. As a result, we obtained a differential equation of particle motion, which describes the relative motion of the particle along an inclined spiral-screw device in the steady-state regime of material movement. In this case, the steady motion of a particle can be divided into 3 ranges depending on the angle of inclination and the number of revolutions: in the first range the particle moves uniformly translatory parallel to Z axis; in the second

range, the particle can not move straight, slides inside the spiral screw, herewith, the angle of inclination is critical β_k , the third range at an angle β_k is greater than n and moves along the spiral line.

Bibliography

1. Mathematical modeling in case of parameter improvement of a drying plant of contact type / V.I. Kurdyumov, A.A. Pavlushin, S.G. Mudarisov, V.I. Dolgov // *Perm Agrarian Vestnik*. - 2016. - No. 2 (14). - P. 107 - 112.
2. Initial velocities of material particle movement in case of displacement with a spiral screw / Yu.M. Isaev, Kh.Kh. Gubeydullin, N.M. Semashkin, I.I. Shigapov // *Agrarian Science*. - 2014. - No. 10. - P. 28 - 30.
3. Semashkin, N.M. Revision of the cosmic distance duality tests / N.M. Semashkin, A.V. Nikolaev // *Problems of theoretical and observational cosmology. 5th Ulyanovsk International School-Seminar*. - Ulyanovsk, 2016. - 69 p.
4. Optimization of research and methodology work at university in terms of the process approach / I.D. Ibragimov, R.R. Iskhakova, M.A. Galeeva, M.M. Kalashnikova, Yu.V. Ryseva, I.I. Galimzyanova, I.A. Sharonov // *Journal of Sustainable Development*. - 2015. - Vol. 8, No. 3. - P. 234-241.
5. Study of an eccentric soil-tillage roller / V.I. Kurdyumov, Yu.M. Isaev, I.A. Sharonov, V.E. Proshkin, A.S. Egorov // *Science in the Central Russia*. - 2016. - No. 1 (19). - P. 37-45.
6. To the issue of determining the throughput capacity of grain drying device / V.I. Dolgov, S.A. Sutyagin, G.V. Karpenko, A.A. Pavlushin, V.I. Kurdyumov // *Agrarian science and education at the present stage of development: experience, problems and solutions. Materials of the VIII International scientific and practical conference*. - Ulyanovsk, 2017. - P. 86-89.
7. Zhuravlev, V.A. Effectiveness evaluation of contact drying of grain / V.A. Zhuravlev, A.A. Pavlushin // *Agricultural potential in the food security system: theory and practice. Materials of the All-Russian scientific and practical conference*. - Ulyanovsk: USAA, 2016. - P. 134-138.
8. Kurdyumov, V.I. Grain disinfection in a combined-type plant / V.I. Kurdyumov, A.A. Pavlushin, S.A. Sutyagin // *Agrarian Science as the basis of food security in the region. Materials of the 66th International scientific and practical conference*. - Ulyanovsk: USAA, 2015. - P. 181-183.
9. Kurdyumov, V.I. Improving the quality of grain drying in a contact-type plant / V.I. Kurdyumov, A.A. Pavlushin, S.A. Sutyagin // *Innovations in Agriculture*. - 2015. - No. 3 (13). - P. 79-81.
10. Thermal treatment of grain in installations of contact type: monograph / V.I. Kurdyumov, A.A. Pavlushin, G.V. Karpenko, S.A. Sutyagin. - Ulyanovsk: USAA named after P.A. Stolypin, 2013. - 290 p.