

УДК 504: 51

## МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ РАЗНОПОЛОЙ ПОПУЛЯЦИИ

*Расшивалин О., студент 1 курса факультета агротехнологий,  
земельных ресурсов и пищевых производств  
Научные руководители – Исаев Ю.М., доктор технических наук,  
профессор, Семашкин Н.М., кандидат технических наук, доцент  
ФГБОУ ВО Ульяновская ГСХА*

**Ключевые слова:** популяция, конкуренция, размножение, вибрационное поле

*В работе представлена логистическая модель классической экологии взаимодействие популяций.*

Известной математической моделью, в основу которой положена задача о динамике численности популяции, является классическая модель неограниченного роста – геометрическая прогрессия в дискретном представлении,  $A_{x+1} = qA_x$  или экспонента, в непрерывном

$dx/dt = rx$ .

Численность разнополой популяции, в которой размножение происходит путем скрещивания, в реальных условиях не должна опускаться ниже некоторой критической величины. При падении плотности популяции ниже критической величины время, в течение которого может состояться оплодотворение, становится больше времени, в течение которого особь способна к размножению. В этом случае популяция вымирает. Учесть эти процессы позволяет модель [1, 2]:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{r \cdot x^2}{b + cx} - d \cdot x - p \cdot x^2$$

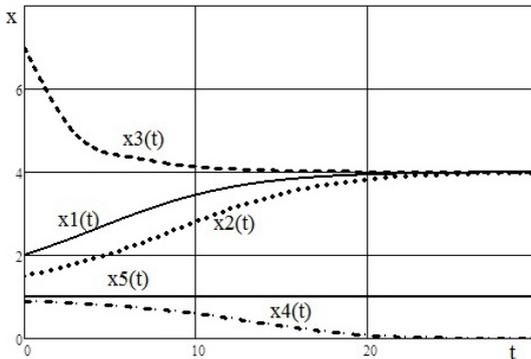
Член  $\frac{r \cdot x^2}{b + cx}$  отражает тот факт, что в двуполовых популяциях при

малых численностях скорость роста пропорциональна вероятности

встреч особей разного пола ( $r \cdot x_2$ ), а при больших численностях – количеству самок в популяции ( $r x$ ). Слагаемое ( $d x$ ) описывает естественное вымирание особей, слагаемое ( $p \cdot x_2$ ) – самоограничение вида.

Модель имеет три стационарных решения: два устойчивых ( $x_1 = 0$  и  $x_3 = K$ ) и одно неустойчивое ( $x_2 = L$ ,  $0 < L < K$ ). Неустойчивое решение ( $x_2 = L$ ) соответствует нижней критической границе численности, а одно из устойчивых ( $x_3 = K$ ) – верхней критической границе.

Характер логистической кривой зависит от величины параметров  $r$  и  $K$  и от начальной численности  $x_0$ . Это уравнение обладает двумя важными свойствами. При малых  $x$  численность возрастает экспоненциально при больших  $x$  – приближается к определенному пределу  $K$ . Эта величина, называемая емкостью популяции, определяется ограниченностью ресурсов и представляет собой системный фактор, который определяет ограниченность роста популяции в данном ареале обитания. График функции (5) при разных начальных значениях численности популяции при  $K = 100$  и  $r = 0,2$  представлены на рис.1.



**Рисунок 1 - Зависимость численности популяции от времени при скорости роста  $r = 0,2$  и при различных начальных значениях численности  $x_0$ .**

$$x_1(t) - x_0 = 2; x_2(t) - x_0 = 1,5; x_3(t) - x_0 = 7; x_4(t) - x_0 = 0,9; x_5(t) - x_0 = 1.$$

Если в правой части уравнений (1) более сложная нелинейная функция, то алгебраическое уравнение для стационарных значений может иметь несколько корней и реализуемое решение в этом случае зависит от начальных условий.

Величины  $L$  и  $K$  различны для разных популяций и могут быть определены из наблюдений и экспериментов.

Из рисунка 3 а видно, что скорость восстановления популяции после ее падения, в силу промысла или неблагоприятных условий, зависит от того, насколько близка новая начальная численность к опасной границе  $L$ . Если ущерб, нанесенный популяции, невелик (меньше половины емкости экологической ниши), популяция быстро восстанавливается по кривой  $x_1(t)$ , не имеющей точки перегиба. В случае, когда численность оставшейся популяции близка к критической, восстановление происходит сначала очень медленно, популяция надолго «застревает» вблизи опасной границы, а затем уже, «набрав силы», более быстро выходит на устойчивый стационарный уровень  $K$  (кривая  $x_2(t)$ ). Кривые  $x_4(t)$  иллюстрируют вырождение популяции в случае, когда начальная численность опустилась ниже критической границы. Обращает на себя внимание сходство начальных участков кривых  $x_2(t)$  и  $x_4(t)$ . Близость к опасной границе со стороны больших значений  $x_2(t)$  и меньших  $x_4(t)$  выражается в долгом пребывании системы в неопределенном состоянии, когда малые флуктуации могут легко «перебросить» систему через опасную границу в «благополучную» область возврата к стационарному значению  $K$  или, наоборот, — в область вымирания.

#### *Библиографический список*

1. Исаев, Ю.М. Моделирование траектории движения частицы материала в устройстве со спирально-винтовым рабочим органом / Ю.М. Исаев, Н.М. Семашкин // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2014. – № 1 (25). – С.156-160.
2. Исаев, Ю.М. Влияние активного слоя при движении зернового потока под действием спирального винта на процесс выгрузки / Ю.М. Исаев, Н.М. Семашкин // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2010. – № 2. – С. 104-107.

## **MODEL OF NUMBER OF HETEROSEXUAL POPULATION**

*Rasshivalin O.*

**Keywords:** *population, competition, reproduction, vibration field*

*In work the logistic model of classical ecology interaction of populations is presented.*