

УДК 51-7

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПОНЯТИЯ «ПРОИЗВОДНАЯ»

*Радаева Е.А., студентка 1 курса экономического факультета
Научный руководитель – Чернова Ю.А., кандидат педагогических
наук, доцент
ФГБОУ ВО Ульяновская ГСХА*

Ключевые слова: производная, математический анализ количественные методы анализа, маржинализм

Работа посвящена определению экономического смысла производной, какие новые возможности для экономических исследований открывает дифференциальное исчисление, а также исследование применения производной при решении различных видов задач в экономике.

Современный экономист должен хорошо владеть количественными методами анализа. Математика является не только орудием количественного расчета, но также методом точного исследования. Она служит средством предельно четкой и ясной формулировки экономических понятий и проблем.

Ф.Энгельс в своё время заметил, что «лишь дифференциальное исчисление даёт естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение». Выясним экономический смысл производной, какие новые возможности для экономических исследований открывает дифференциальное исчисление, а также исследуем применение производной при решении различных видов задач по экономической теории.

Если спросить экономиста “Что такое производная?”, то он ответит: «маржинализм». Слово «маржинализм» охватывает целый комплекс понятий в современной экономической науке. (Классиками этой теории стали экономисты австрийской школы К. Менгер (1840-1921), Ф. фон Визер (1851-1926), Е. фон Бём-Баверк (1851-1914), а также английский экономист У.С. Джевонс (1835-1882).)

«Marginal» в переводе с английского языка означает «находящийся на самом краю», «предельный», «граничный». К предельным величинам

в экономике относятся: предельные издержки, предельный доход, предельная полезность, предельная производительность, предельная склонность к потреблению и т.д. Все эти величины самым тесным образом связаны с понятием производной. Предельные величины характеризуют не состояние (как суммарная или средняя величины), а процесс, изменение экономического объекта. Следовательно, производная выступает как скорость изменения некоторого экономического объекта (процесса) с течением времени или относительно другого исследуемого фактора.

Рассмотрим ситуацию: пусть q – количество произведённой продукции, $TC(q)$ – соответствующие данному выпуску совокупные издержки (total costs), тогда Δq – прирост продукции, а ΔTC – прирост издержек производства.

Предельные издержки MC (marginal costs) выражают дополнительные затраты на производство каждой дополнительной единицы продукции. Другими словами,

$$MC = TC(q + \Delta q) - TC(q),$$

где $\Delta q = 1$. Используя равенство $\Delta TC \approx dTC$, получим

$$MC = \Delta TC \approx dTC = TC'(q) * \Delta q = TC'(q).$$

Итак, предельные издержки есть не что иное, как первая производная от совокупных издержек, если последние представлены как функция от выпускаемого количества продукции.

Аналогичным образом определяются и многие другие экономические величины, имеющие предельный характер.

Предельная выручка MR (marginal revenue) – это дополнительный доход, полученный при переходе от производства n -ной к $(n+1)$ -ой единице продукта. Она представляет собой первую производную от выручки:

$$MR = \frac{dTR}{dq} = \frac{TR'(q) * \Delta q}{q' \Delta q} = TR'(q)$$

Для хозяйствующего субъекта, который действует в условиях совершенной конкуренции: $TR = P * Q$, где TR – выручка (total revenue); P

– цена (price). Таким образом $\frac{d(PQ)}{dQ} = P$, в $MR = P$. Это равенство верно для рынка совершенной конкуренции.

Любой индивид использует свой доход Y после уплаты налогов на потребление C и сбережение S . Ясно, что лица с низким доходом целиком используют его на потребление, а на сбережение средств не остается. С ростом дохода субъект не только больше потребляет, но и больше сберегает. Как установлено экономической наукой, потребление и сбережение зависят от размера дохода:

$$Y = C(Y) + S(Y).$$

Использование производной позволяет определить такую категорию, как предельную склонность к потреблению MPC (marginal property to consume), показывающую долю прироста личного потребления в приросте дохода:

$$MPC = \frac{dC}{dY} = \frac{C'(Y) * \Delta Y}{Y * \Delta Y} = C'(Y)$$

По мере увеличения доходов MPC уменьшается. Долю прироста сбережений в приросте дохода показывает предельная склонность к сбережению MPS (marginal propensity to save):

$$MPS = \frac{dS}{dY} = \frac{S'(Y) * \Delta Y}{Y * \Delta Y} = S'(Y)$$

С увеличением доходов MPS увеличивается.

Поскольку ограниченность ресурсов принципиально не устранима, то решающее значение приобретает отдача от факторов производства. Здесь также применима производная, как инструмент исследования. Пусть применяемый капитал постоянен, а затраты труда увеличиваются. Можно ввести в экономический анализ следующую категорию – предельный продукт труда MPL (marginal product of labor) – это дополнительный продукт, полученный в результате дополнительных вложений труда при неизменной величине капитала:

$$MP_L = \frac{\Delta Y}{\Delta L}$$

Если вложения осуществляются достаточно малыми порциями, то

$$MP_L = \frac{dY}{dL},$$

так как dY - результат, dL - затраты, то MPL – предельная производительность труда.

Аналогично, МРК (marginal product of capital) – предельный продукт капитала – дополнительный продукт, полученный в результате дополнительных вложений капитала К при неизменной величине труда:

$$MP_K = \frac{\Delta Y}{\Delta K}.$$

Если вложения осуществляются малыми порциями, то

$$MP_K = \frac{dY}{dK}.$$

МРК характеризует предельную производительность капитала.

Категория предельной полезности MU (marginal utility) выражает дополнительную полезность от каждой дополнительной потреблённой единицы блага:

$$MU = \frac{\Delta TU}{\Delta q}.$$

При бесконечно малых изменениях предельная полезность есть производная от совокупной полезности, которая представлена как функция от потребляемого количества продукта:

$$MU = \frac{dTU}{dq} = \frac{TU'(q) \cdot \Delta q}{q' \cdot \Delta q} = TU'(q).$$

Для исследования экономических процессов так же часто используется понятие эластичности функции. Оно было введено Аланом Маршаллом в связи с анализом функции спроса. Эластичностью функции $E_{yx}(x_0)$ называется предел отношения относительного приращения функции у к относительному приращению переменной x при $Dx \rightarrow 0$:

$$E_{yx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} \cdot y'$$

Коэффициент эластичности у по x показывает приближенно, на сколько процентов изменится функция $y = f(x)$, при изменении независимой переменной x на 1%.

Таким образом, проанализировав экономический смысл производной, нетрудно заметить, что многие законы теории производства и потребления, спроса и предложения оказываются прямыми следствиями математических теорем. При этом, производная является важней-

шим инструментом экономического анализа, позволяющим углубить геометрический и математический смысл экономических понятий, а также выразить ряд экономических законов с помощью математических формул.

Библиографический список

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник / под ред. Н.Ш.Кремера. - М.: Юрайт, 2010. - 909с.
2. Высшая математика: курс лекций [Электронный ресурс] / В.И. Горелов [и др.]- Химки: Российская международная академия туризма, 2011.- 260с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14278>.
3. Лекции по математике. Книга 1 [Электронный ресурс] / В.П. Важаев [и др.]- Нижний Новгород: Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2012.- 284с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/15973>.
4. Хащенко, Т.Г. Психологическое сопровождение экономического самоопределения личности в период профессионализации в вузе: монография / Т.Г. Хащенко, С.В. Болтунова, Ю.А. Чернова. – Ульяновск: УГСХА им. П.А. Столыпина, 2015.– 256с.
5. Шаронов, И.А. Определение конструктивных параметров катка-гребнеобразователя / И.А. Шаронов, В.И. Курдюмов, В.В. Курушин // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2015.-№ 3(31).- С. 131-135.

THE ECONOMIC MEANING OF THE TERM “DERIVATIVE”

Radaeva E.A.

Keywords: *derivative, mathematical analysis, quantitative analysis methods, Marginalism*

The work is devoted to determining the economic sense of the derivative, any new opportunities for economic research opens the differential calculus, as well as the study of the application of derivative in solving various kinds of problems in the economy.