УДК 504: 51-7

ВНУТРИВИДОВАЯ КОНКУРЕНЦИЯ В ПОПУЛЯЦИИ С НЕПРЕРЫВНЫМ РАЗМНОЖЕНИЕМ

Мухидинов А., студент 1курса факультета агротехнологий, земельных ресурсов и пищевых производств
Научные руководители – Исаев Ю.М., доктор технических наук, профессор, Злобин В.А., кандидат технических наук, доцент
ФГБОУ ВО Ульяновская ГСХА

***Ключевые слова**: популяция, конкуренция, размножение, вибрационное поле*

В работе представлена логистическая модель классической экологии взаимодействие популяций. Получены зависимости численности популяции от времени при скорости роста r = 0,2 и при различных начальных значениях численности.

Известной математической моделью, в основу которой положена задача о динамике численности популяции, является классическая модель неограниченного роста – геометрическая прогрессия в дискретном представлении, $A_{n+1} = qA_n$ или экспонента, в непрерывном $dx/dt = rx$.

Модель логистического роста была предложена Ферхюльстом для описания развития популяции в условиях ограниченных ресурсов питания. В основу модели положено уравнение

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x - bx^2 \tag{1}$$

где *r* — константа собственной скорости роста популяции в отсутствии конкуренции. Член ($b\ x^2$), пропорциональный количеству встреч между особями, учитывает «самоотравление» популяции, объяснимое многими причинами (конкуренцией за ресурсы питания, выделением в среду вредного метаболита и др.). Коэффициент *b* называется коэффициентом внутривидовой конкуренции.

Уравнение (1) приводится к виду:

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{K}\right) \tag{2}$$

Величина *K* = *r*/*b* – предельное значение численности популяции, при котором скорость роста становится равной нулю, соответствует устойчивому стационарному состоянию с максимально возможной в данных условиях численностью популяции и называется емкостью среды.

Уравнение (2) можно решить аналитически [1, 2]. Проведем разделение переменных:

$$\frac{Kdx}{x(K-x)} = rdt \tag{3}$$

Представим левую часть в виде суммы и проинтегрируем:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{(K-x)}\right)dx = rdt$$

$$\ln x - \ln(K-x) = rt + \ln C$$

Переходя от логарифмов к переменным, получим:

$$\frac{x}{K-x} = Ce^{rt} \tag{4}$$

Произвольная постоянная *C* определяется начальным значением численности популяции x_0:

$$x(0) = x_0, \qquad C = \frac{x_0}{K-x_0}.$$

при

Подставим это значение *C* в формулу (4):

$$\frac{x}{K-x} = \frac{x_0}{K-x_0}e^{rt}$$

Отсюда получаем решение – зависимость численности от времени:

$$x(t) = \frac{K \cdot x_0 e^{rt}}{K - x_0 - x_0 e^{rt}} \quad (5)$$

Характер логистической кривой зависит от величины параметров *r* и *K* и от начальной численности x_0. Это уравнение обладает двумя важными свойствами. При малых x численность возрастает экспоненциально при больших – приближается к определенному пределу К. Эта величина, называемая емкостью популяции, определяется ограниченностью ресурсов и представляет собой системный фактор, который определяет ограниченность роста популяции в данном ареале обитания. График функции (5) при разных начальных значениях численности популяции при К = 100 и r = 0,2 представлены на рис.1.

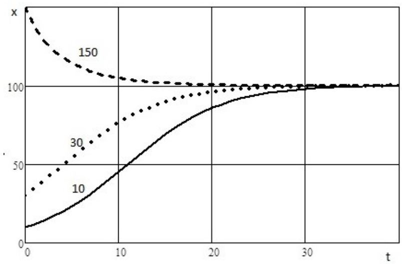

Рисунок 1 - Зависимость численности популяции от времени при скорости роста r = 0,2 и при различных начальных значениях численности x_0.

Если начальное значение x_0 < K/2, кривая роста имеет точку перегиба при $t_{кр} = \ln\left((K - x_0)/x_0\right)/r$ и $x_{кр} = K/2$. При начальном значении численности популяции x_0 = 10, при К = 100 и r = 0,2 $t_{кр}$ = 11, $x_{кр}$ = 50.

Если в правой части уравнений (1) более сложная нелинейная функция, то алгебраическое уравнение для стационарных значений может иметь несколько корней и реализуемое решение в этом случае зависит от начальных условий.

Библиографический список

1. Исаев, Ю.М. Моделирование траектории движения частицы материала в устройстве со спирально-винтовым рабочим органом / Ю.М.

Исаев, Н.М. Семашкин // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2014. –№ 1 (25). -С.156-160.

2. Исаев, Ю.М. Влияние активного слоя при движении зернового потока под действием спирального винта на процесс выгрузки / Ю.М. Исаев, Н.М. Семашкин // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2010. –№ 2.- С.104-107.

INTRASPECIFIC COMPETITION IN THE POPULATION CONTINUOUS POPULATING

Muhiddinov A.

***Keywords**: population, competition, duplication, vibratory field*

The paper presents a logistic model of classical ecology of interacting populations. Obtained zavisimosti population size from time to time at the rate of growth r = 0,2 and for different initial population values-tions.